TP 3 – Evaluer le rayon d'une sphère par la méthode d'ERATOSTHENE

Objectif : - adapter la méthode d'Eratosthène pour mesurer le rayon de la Terre.

Les premières tentatives pour mesurer le rayon de la Terre s'effectuèrent au 3° siècle avant notre ère. Les savants de l'époque compensaient des outils limités par une ingéniosité surprenante...

Partie A : Etude préalable

1- Un précurseur malgré lui : Anaxagore

Au 5ème siècle avant J.-C., Anaxagore avait calculé que le Soleil flottait à 6 500 km de la surface de la Terre.

Son raisonnement était logique. Des voyageurs lui avaient appris que le jour du solstice d'été, à midi, le Soleil se trouvait au zénith à Syène, alors que le même jour à la même heure, le Soleil n'était pas au zénith à Alexandrie, située plus au Nord.

Croyant la Terre plate, Anaxagore supposa que les rayons de la Terre n'étaient pas parallèles entre eux, et par un calcul simple, il évalua la distance entre la Terre et le Soleil.

2- De nouvelles hypothèses

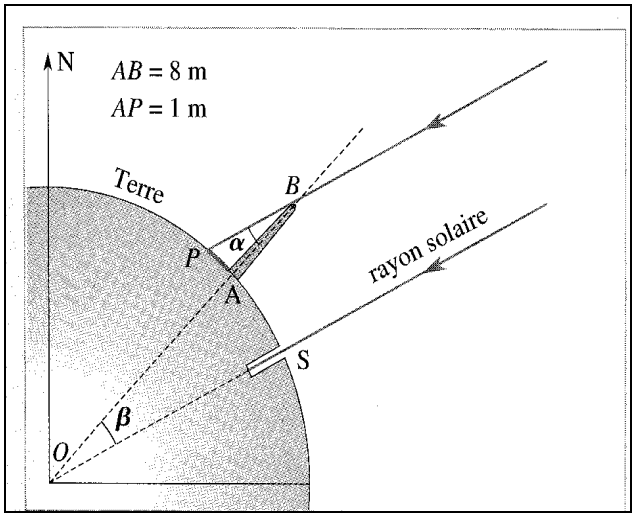
Mais certaines observations amenèrent à reconsidérer les hypothèses d'Anaxagore. Ainsi, l'apparition progressive des bateaux à l'horizon ou l'ombre portée de la Terre sur la Lune, avaient conduit les savants d'Alexandrie à penser, deux siècles plus tard, que la Terre était ronde.

Cette idée, associée à celle que le Soleil est si éloigné de la Terre que ses rayons arrivent sur notre planète, parallèles entre eux, permit une interprétation nouvelle des calculs d' Anaxagore.

3- Le calcul d'Eratosthène

Le jour du solstice d'été, Eratosthène mesure, à midi, l'ombre portée d'un obélisque à Alexandrie, ville pratiquement située sue le même méridien que Syène (actuellement Assouan en Egypte). A Syène, située sur le tropique du Cancer, le Soleil est alors au zénith : les rayons solaires sont verticaux et l'on peut voir l'image du Soleil au fond d'un puits. En revanche, à Alexandrie, située 5 000 stades (790 km) plus au nord, l'obélisque possède une ombre portée. Il remarque que l'ombre a une longueur de 1 m, et l'obélisque a une longueur de 8 m.

4- Analyse de la situation



Les rayons solaires, à Syène (S) et à Alexandrie (A), sont parallèles, car ils proviennent d'une source de lumière très éloignée.

A Syène, le Soleil est au zénith : le rayon solaire est donc vertical et passe par le centre O de la Terre.

1. Quelle est la principale hypothèse émise par Eratosthène ?
2. Sur le schéma ci-dessus, où peut-on retrouver l'angle α ?
3. Dans le triangle ABP, exprimer tan α en fonction de AP et AB. En déduire une valeur de l'angle α.
4. Donner la relation entre la circonférence de la Terre C et le rayon R_T.
5. Sachant que dans un cercle, les longueurs des arcs sont proportionnelles aux angles aux centres, compléter le tableau ci-dessous.

Longueur de l'arc (km)	**Angle au centre (degré)**
790	
C =	360 °

6. En déduire la formule permettant de calculer le rayon de la Terre. Finir le calcul.

Partie B : Application de cette méthode à la détermination du rayon d'une sphère

1- Expérience :

- Projeter la lumière en direction de la sphère, de telle sorte que l'ombre d'un des deux bâtons disparaisse.
- Mesurer la distance entre les deux bâtons.
- Mesurer la longueur du deuxième bâton, ainsi que son ombre (en utilisant un morceau de papier millimétré que l'on placera perpendiculairement au bâton).

2- Analyse :

1. Faire un schéma simplifié de l'expérience. Placer les lettres A, S, O, ainsi que l'angle α.
2. Calculer la valeur de l'angle α en degré.
3. Utiliser la formule de la question A 4- 6. pour déterminer le rayon de la sphère.
4. Vérifier le résultat de votre calcul à l'aide d'une ficelle.